



Dipôle RC : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C

Condensateur :

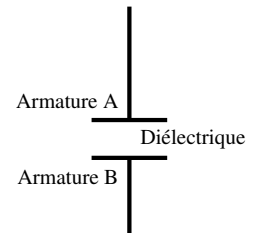
Description.

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures métalliques parallèles, placées à des potentiels différents et séparées par un isolant ou un diélectrique.

Relation charge-tension.

La charge d'un condensateur, notée q, est liée à la tension U par la relation :

$$q = C.U \quad \text{Avec :} \quad \begin{array}{l} C : \text{capacité du condensateur (F)} \\ q : \text{charge du condensateur (C)} \\ U : \text{tension (V)} \end{array}$$



Capacité d'un condensateur :

- Le coefficient de proportionnalité C est appelé capacité du condensateur.
- Son unité est le Farad (F)
- Autres unités du Farad

Millifarad
 $1\text{mF}=10^{-3}\text{F}$

Microfarad
 $1\mu\text{F}=10^{-6}\text{F}$

Nanofarad
 $1\text{nF}=10^{-9}\text{F}$

Picofarad
 $1\text{pF}=10^{-12}\text{F}$

Expression de l'intensité.

Par définition, l'intensité du courant traversant un condensateur est la variation de la charge q au cours du temps.

En adoptant la convention réceptrice pour ce dipôle, on obtient :

Courant continu

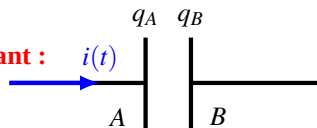
$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

Courant variable

$$i = \frac{dq}{dt}$$

avec $q=C.U_c$ d'où $i = C. \frac{dU_c}{dt}$

Sens conventionnel du courant :



Le sens positif (Conventionnel) du courant est toujours vers l'armature positive.

❖ **Charge d'un condensateur** : Un condensateur peut être chargé soit :

- Par un générateur de tension idéal de f.é.m E et de résistance interne $r=0\Omega$ qui délivre au cours du temps une tension constante égale à E.
 - A la fin de la charge du condensateur $u_c=u_{C\max}=E$, $i=0$ et $q=Q_{\max}$.
 - A la fin de la décharge du condensateur $u_c=0$, $i=0$ et $q=0$.
- Par un générateur de courant continu délivrant un courant électrique d'intensité I constante au cours du temps.

❖ **Relation entre la charge « q » d'un condensateur et l'intensité « i » du courant électrique :**

- Si la charge s'effectue à courant d'intensité I constante, alors on a : $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q(t) - q(t_0)}{t - t_0}$ si à t_0 ; $q(t_0 = 0) = 0$ alors $I = \frac{q}{t} \Leftrightarrow q = I.t$
- Si la charge s'effectue à courant d'intensité i variable, alors on a : $i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \Leftrightarrow dq = i.dt$

❖ **Relation entre la charge « q » du condensateur et la tension « u_c » à ces bornes :**

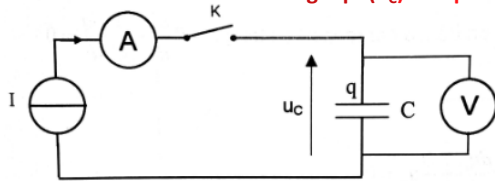
- q et u_c sont proportionnelles de constant de proportionnalité C tel que : $q = C.u_c$. Avec C la capacité du condensateur, exprimée dans le (S.I) en Farad (F).





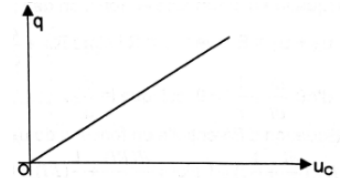
- **Capacité d'un condensateur plan** : $C = \frac{\epsilon \cdot S}{e}$ tel que :
 - S : surface en regard des deux armatures en m^2 .
 - e : écart entre les deux armatures en m .
 - **Permittivité absolue du diélectrique** $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ en $F \cdot m^{-1}$ tel que $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}$ (permittivité du vide) et ϵ_r (permittivité relative du diélectrique) sans unité.

- **Courbe d'évolution de la charge $q=f(u_c)$ lorsque le condensateur est chargé par un générateur de courant :**



$$q = C \cdot u_c$$

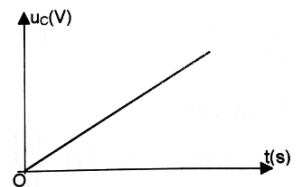
$C =$ pente de la droite



- **Courbe d'évolution de la tension $u_c=f(t)$ lorsque le condensateur est chargé par un générateur de courant :**

En utilisant le circuit précédent on peut tracer la courbe ci-contre :

Théoriquement : $u_c = \frac{q}{C} = \frac{I}{C} \times t$ alors la pente est égale à $\frac{I}{C}$

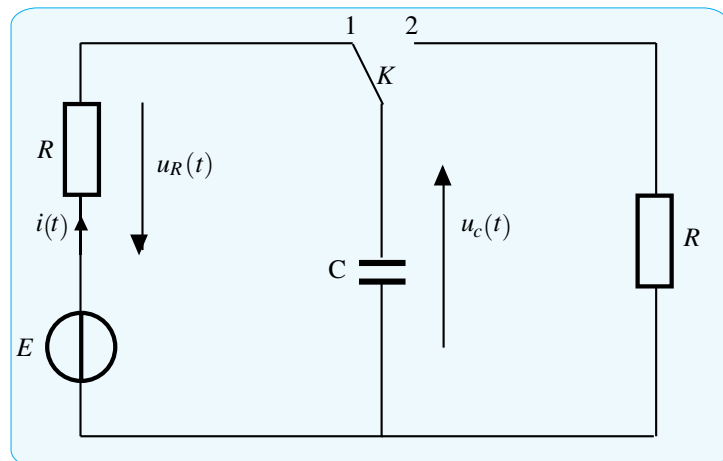


❖ **Tension de claquage d'un condensateur** : C'est la plus petite tension (en valeur absolue) qui fait jaillir une étincelle entre ces armatures

Charge d'un condensateur

Montage de la charge :

Interrupteur K sur la position (1)



Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = E$ et les transitions $U_R = R i = R \frac{dq}{dt} = R \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt}$

On aboutit à l'équation différentielle vérifiée par une variable donnée

Variable la tension du condensateur U_c : $U_c + R C \frac{dU_c}{dt} = E$

Variable la charge q : $\frac{q}{C} + R \cdot \frac{dq}{dt} = E$ Ou $q + R C \cdot \frac{dq}{dt} = E \cdot C$





Equation horaire :

On montre , en mathématique , que la solution de cette équation différentielle est : $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ telle que A , B et α des constantes que peut les déterminer

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

La representation de $u_C = f(t)$:

Mathématiquement la courbe qui représente $u_C = f(t)$ est la suivante tel que à $t = 0$ on a $u_C(0) = 0$ et quand $t \rightarrow \infty$ on a $u_C = E$, pratiquement on considère $t > 5\tau$ on a $u_C(\infty) = E$

La courbe présente deux régime :

Un régime transitoire : la tension $u_C(t)$ varie au cours du temps .

Un régime stationnaire ou régime permanent où $u_C(t)$ reste constante et égale à E

Dètermanition de la constante du temps τ :

Première méthode :

On utilise la solution de l'équation différentielle :

$$u_C(t = \tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$$

τ est l'abscisse qui correspond à l'ordonnée $0,63E$

Deuxième méthode : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant $t=0$.

Unité de la constante du temps τ :

D'après l'équation des dimensions , on a $[\tau] = [R] \cdot [C]$

$$\text{d'autre part } [R] = \frac{[U]}{[I]} \text{ et } [C] = \frac{[I]}{[U]} \cdot [t] \text{ donc } [\tau] = [t]$$

La grandeur τ a une dimension temporelle , son unité dans SI est le seconde (s) .

Expression de l'intensité du courant de charge $i(t)$:

On sait que l'intensité du courant de charge : $i(t) = C \frac{du_C}{dt}$ tel que

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R_1 C} e^{-t/\tau}$$

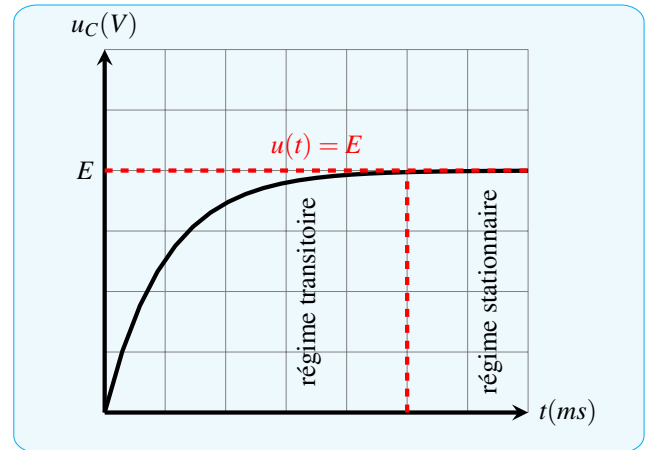
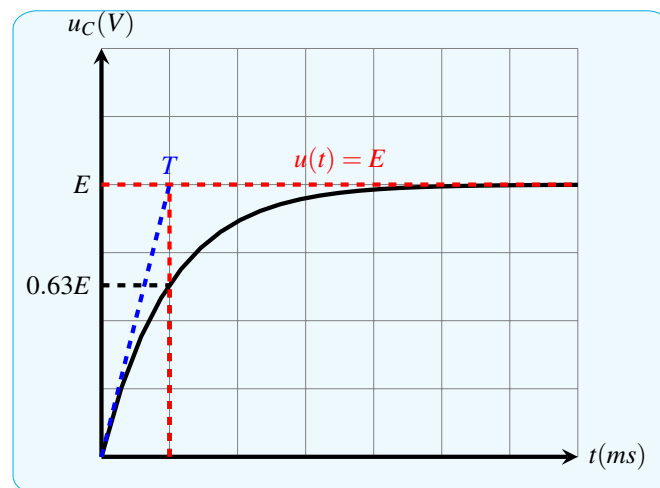
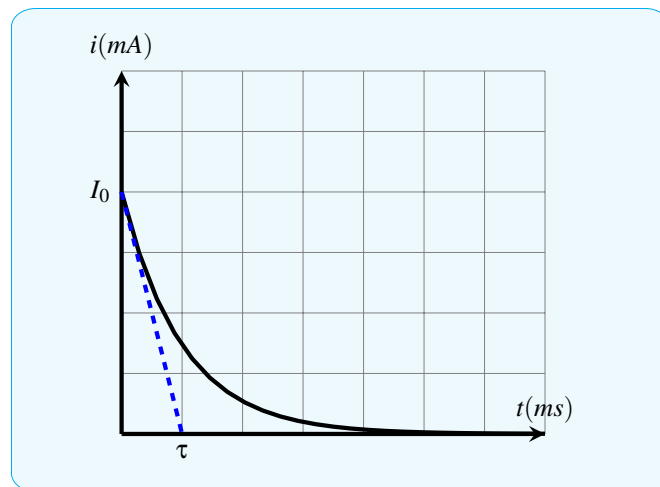
donc :

$$i(t) = \frac{CE}{R_1 C} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = \frac{E}{R_1} e^{-t/\tau}$$

tel que E/R_1 représente l'intensité de courant à l'instant $t = 0$ c'est à dire à $t = 0$ on a $u_C = 0$ donc $E = R_1 \cdot I_0$ i.e $I_0 = \frac{E}{R_1}$

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$





Décharge d'un condensateur :

La représentation de $u_C = f(t)$:

Mathématiquement la courbe qui représente $u_C = f(t)$ est la suivante tel que à $t = 0$ on a $u_C(0) = E$ et quand $t \rightarrow \infty$ on a $u_C = 0$, pratiquement on considère $t > 5\tau$ on a $u_C(\infty) = 0$

Détermination de la constante du temps τ :

Première méthode :

On utilise la solution de l'équation $u_C(V)$ différentielle :

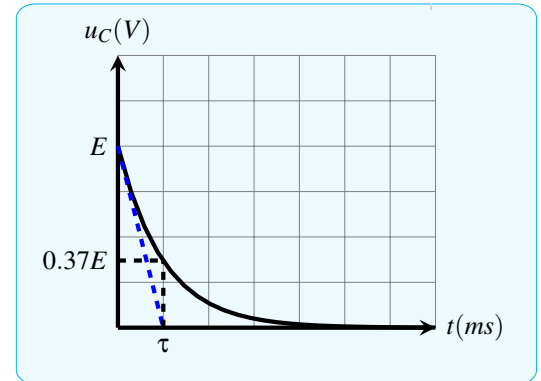
$$u_C(t = \tau) = Ee^{-1} = 0,37E$$

Deuxième méthode : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant $t=0$. On a :

Expression de l'intensité du courant de charge $i(t)$:

On a $u_C(t) = Ee^{-t/\tau}$

d'après la loi d'additivité des tensions : $u_R = -u_C(t)$ i.e : $u_R(t) = -Ee^{-t/\tau}$ et puisque $u_R = Ri(t)$ c'est à dire $i(t) = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$



Energie électrique stockée dans un condensateur.

L'énergie électrique stockée par un condensateur est :

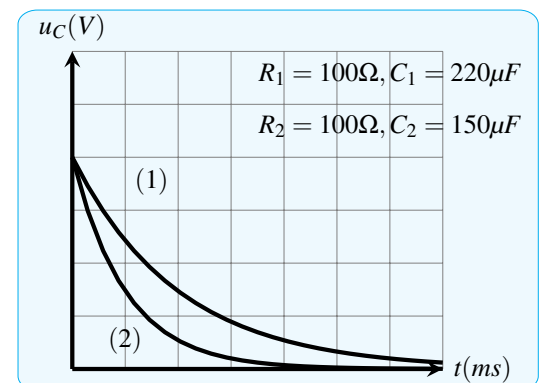
$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}C.u_C^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

$\mathcal{E}_e$ s'exprime en joule (J) avec C en farad (F), u_C en volt (V) et q en coulomb (C) .

L'influence de τ sur la durée de la décharge

f. l'influence de τ sur la durée de la décharge

On suppose que $\tau_1 > \tau_2$, on obtient la représentation graphique suivante : Quelle est l'influence de τ sur la décharge du condensateur dans le dipôle RC



NB :

- $\tau = R.C$: Constante de temps et est homogène à un temps
- Conditions initiales (à $t=0$) :

Charge d'un condensateur :	$U_C(0) = 0$	, $q(0) = 0$	, $I(0) = I_0 = \frac{E}{R}$
----------------------------	--------------	--------------	------------------------------

Décharge d'un condensateur :	$U_C(0) = E$	, $q(0) = C.E$	, $I(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}$
------------------------------	--------------	----------------	--------------------------------

