

Equation différentielle :

Considérons le circuit de charge schématisé ci-contre :

La charge du condensateur est initialement nulle : $u_C(0) = 0$

La loi des mailles s'écrit :

$$u_C + u_R - E = 0$$

la loi d'ohm aux bornes d'un résistor s'écrit : $u_R = R.i$

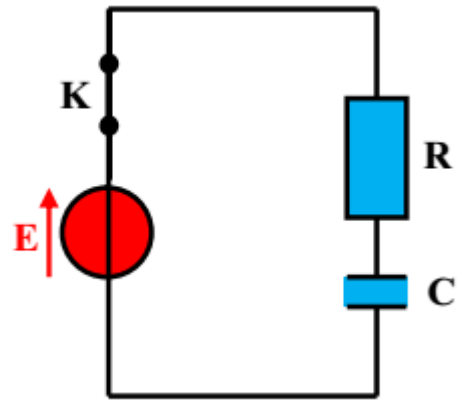
ce qui donne : $u_C + R.i = E$

$$\text{On a : } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = C.u_C \Rightarrow i = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{Donc : } u_C + RC \cdot \frac{du_C}{dt} = E$$

On pose : $\tau = RC$

$$\text{Finalement : } u_C + \tau \frac{du_C}{dt} = E \rightarrow \text{c'est l'équation différentielle en } u_C(t)$$



a-2) Equation différentielle en fonction de q(t):	a-3) Equation différentielle en fonction de i(t):
<p>La loi des mailles s'écrit :</p> $u_C + u_R - E = 0$ <p>la loi d'ohm aux bornes d'un résistor s'écrit : $u_R = R.i$</p> <p>ce qui donne : $u_C + R.i = E$</p> <p>On a : $i = \frac{dq}{dt}$ et $u_C = \frac{q}{C}$</p> <p>Donc : $\frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = E \Rightarrow (\frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = E) \times C$</p> <p>On obtient : $q + RC \frac{dq}{dt} = CE$</p> <p>On pose : $\tau = RC$</p> <p>Finalement : $q + \tau \frac{dq}{dt} = CE$</p>	<p>La loi des mailles s'écrit :</p> $u_C + u_R - E = 0$ <p>la loi d'ohm aux bornes d'un résistor s'écrit : $u_R = R.i$</p> <p>ce qui donne : $u_C + R.i = E$</p> <p>On dérive par rapport au temps :</p> $\frac{d}{dt}(u_C + Ri = E) \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + R \frac{di}{dt} = 0$ <p>Avec : $i = C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}$</p> <p>On Obtient : $\frac{i}{C} + R \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow (\frac{i}{C} + R \frac{di}{dt} = 0) \times C$</p> <p>Finalement : $i + RC \frac{di}{dt} = 0$</p>

Equation différentielle en fonction de u_{R_1}

Loi de Maille :

$$u_{R_1} + u_{R_2} + u_C - E = 0$$

$$R_1 i + R_2 i + u_C = E \Rightarrow (R_1 + R_2) i + u_C = E$$

On Dérive :

$$\frac{d}{dt} ((R_1 + R_2) i + u_C = E) \Rightarrow (R_1 + R_2) \frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt} = 0$$

On remplace :

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C} \text{ et } i = \frac{u_{R_1}}{R_1} \text{ et } \frac{di}{dt} = \frac{1}{R_1} \frac{du_{R_1}}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(R_1 + R_2)}{R_1} \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{u_{R_1}}{R_1 C} = 0 \\ \text{ou} \\ \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} u_{R_1} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_{R_1} + (R_1 + R_2)C \frac{du_{R_1}}{dt} = 0 \end{array} \right.$$



Solution de l'équation différentielle : $u_{R_1}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\text{Loi de maille à } t = 0 \Rightarrow (R_1 + R_2) I_0 = E$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$u_{R_1}(0) = R_1 I_0 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$$

$$\text{d'autre part on a } u_{R_1}(0) = Ae^0 = A$$

$$\Rightarrow A = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$$

Application : Chercher l'équation différentielle en fonction de $u_{R_2}(t)$